

December 2023

**B.Tech. (Mechanical Engineering)- III SEMESTER
MATHEMATICS III (BSC 201)**

Time: 3 Hours

Max. Marks:75

- Instructions:**
1. It is compulsory to answer all the questions (1.5 marks each) of Part -A in short.
 2. Answer any four questions from Part -B in detail.
 3. Different sub-parts of a question are to be attempted adjacent to each other.

PART -A

Q1 (a) Find a partial differential equation by eliminating a and b from (1.5)
 $z = ax + by + a^2 + b^2$.

a तथा b को $z = ax + by + a^2 + b^2$ से हटाकर एक आंशिक अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए।

(b) Classify the following partial differential equation: (1.5)

$$\partial^2 z / \partial x^2 + \partial^2 z / \partial y^2.$$

निम्नलिखित आंशिक अवकल समीकरण को वर्गीकृत करें:

$$\partial^2 z / \partial x^2 + \partial^2 z / \partial y^2.$$

(c) Explain the difference between homogenous and non-homogenous linear partial (1.5)
differential equations with example.

समरूप और गैर-समरूप रेखिक आंशिक अवकल समीकरणों के बीच अंतर उदाहरण सहित स्पष्ट करें।

(d) What is boundary value problems? (1.5)

सीमा मूल्य समस्याएँ क्या है।

(e) If X is binomially distributed with parameters n and p , what is the (1.5)
distribution of $Y = n - X$.

यदि मापदंडों n और p के साथ X द्विपद रूप से वितरित किया जाता है, तो $Y = n - X$ का वितरण क्या है।

(f) Write the limitations of regression.

(1.5)

प्रतिगमन की सीमाएँ लिखिए।

(g) Prove that if one of the regression coefficients is greater than unity then other must be less than unity. (1.5)

सिद्ध करें कि यदि प्रतिगमन गुणांकों में से एक एकता से अधिक है तो अन्य को एकता से कम होना चाहिए।

(h) For a distribution the mean is 10, variance is 6, γ_1 is 1 and β_2 is 4. Find the first four moments about the origin, symbols have their usual meanings. (1.5)

एक वितरण के लिए माध्य 10 है, विचरण 6 है, $\gamma_1 = 1$ है और $\beta_2 = 4$ है। मूल के बारे में पहले चार क्षण खोजें, प्रतीकों के अपने सामान्य अर्थ होते हैं।

(i) What is the mean of the $B\left(4, \frac{1}{3}\right)$ binomial distribution? (1.5)

द्विपद बंटन $B\left(4, \frac{1}{3}\right)$ का माध्य क्या है?

(j) Criticize the following statement: (1.5)

"The mean of a binomial distribution is 5 and standard deviation is 3."

निम्नलिखित कथन की आलोचना करें:

"एक द्विपद वितरण का माध्य 5 है और मानक विचलन 3 है।"

PART - B

Q2 (a) Solve

(7)

$$\partial^2 z / \partial x^2 + \partial^2 z / \partial y^2 = \cos mx \cdot \cos ny.$$

हल करो

$$\partial^2 z / \partial x^2 + \partial^2 z / \partial y^2 = \cos mx \cdot \cos ny.$$

(b) Solve $(D^2 - DD' + D' - 1)z = \cos(x + 2y) + e^y$.

(8)

हल करो $(D^2 - DD' + D' - 1)z = \cos(x + 2y) + e^y$.

- Q3 (a) Using the method of separation of variables, solve $(\partial u/\partial x) = 2(\partial u/\partial t) + u$, where $u(x, 0) = 6e^{-3x}$. (8)

चरों को अलग करने की विधि का प्रयोग करते हुए हल करें $(\partial u/\partial x) = 2(\partial u/\partial t) + u$, जहाँ $u(x, 0) = 6e^{-3x}$.

- (b) Show that the general solution of wave equation $c^2(\partial^2 u/\partial x^2) = \partial^2 u/\partial t^2$ is $u(x, t) = \phi(x + ct) + \psi(x - ct)$, where ϕ and ψ are arbitrary functions. (7)

दिखाएँ कि तरंग समीकरण $c^2(\partial^2 u/\partial x^2) = \partial^2 u/\partial t^2$ का सामान्य समाधान $u(x, t) = \phi(x + ct) + \psi(x - ct)$, है, जहाँ ϕ और ψ मनमाना कार्य हैं।

- Q4 (a) Urn A contains 2 white and 2 black balls. Urn B contains 3 white and 2 black balls. One ball is transferred from A to B and then one ball is drawn out of B. Find the chance that this ball is white. If this ball turns out to be white, find the probability that the transferred ball was white. (7)

कलश A में 2 सफेद और 2 काली गेंदें हैं। कलश B में 3 सफेद और 2 काली गेंदें हैं। एक गेंद को A से B स्थानांतरित किया जाता है और फिर एक गेंद को B से बाहर निकाला जाता है। इस गेंद के सफेद होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। यदि यह गेंद सफेद निकली तो इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि स्थानांतरित गेंद सफेद थी।

- (b) Derive Poisson distribution as the limiting case of Binomial distribution, where $n \rightarrow \infty$, $p \rightarrow 0$ and $np = \lambda$ (a finite constant). (8)

द्विपद के सीमित मामले के रूप में पॉइसन वितरण व्युत्पन्न करेवितरण, जहाँ $n \rightarrow \infty$, $p \rightarrow 0$ और $np = \lambda$ (एक परिमित स्थिरांक)।

- Q5 (a) In partially destroyed laboratory record of an analysis of correlation data, the following results are only legible: variance of x is 9, regression lines: $8x - 10y + 66 = 0$ and $40x - 18y = 214$. What are (8)

(i) means of x and y (ii) the S.D. of y (iii) coefficient of correlation between x and y.

सहसंबंध डेटा के विश्लेषण के आंशिक रूप से नष्ट किए गए प्रयोगशाला रिकॉर्ड में, निम्नलिखित परिणाम केवल सुपाठ्य हैं: x का विचरण 9 है, प्रतिगमन रेखाएँ: $8x - 10y + 66 = 0$ और $40x - 18y = 214$, क्या है,

(i) x और y का औसत (ii) S.D. (मानक विचलन) y का (iii) x और y के बीच सहसंबंध का गुणांक।

(b) If X is the number scored in a throw of a fair die, show that the Chebyshev's inequality gives $P\{|X - \mu| > 2.5\} < 0.47$, while the actual probability is zero. (7)

यदि X एक निष्पक्ष पासे को फेंकने पर प्राप्त संख्या है, तो दिखाएँ कि चेबीशेव की असमानता $P\{|X - \mu| > 2.5\} < 0.47$ देती है, जबकि वास्तविक संभावना शून्य है।

Q6 (a) If θ is acute angle between two regression lines in case of two variables x and y , show that $\tan \theta = \frac{1-r^2}{r} \left(\frac{\sigma_x \sigma_y}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} \right)$ where the symbols have their usual meaning. (8)

Explain the significance of the formula when $r = 0, r = \pm 1$.

यदि दो चर x और y के मामले में दो प्रतिगमन रेखाओं के बीच न्यून कोण है, तो दिखाएँ कि $\tan \theta = \frac{1-r^2}{r} \left(\frac{\sigma_x \sigma_y}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} \right)$ प्रतीकों का अपना सामान्य अर्थ है। जब सूत्र का महत्व स्पष्ट करें, जहाँ

$r = 0, r = \pm 1$.

(b) By the method of least squares, find the curve $y = a + bx$ that best fits the following data: (7)

x	0	1	2	3	4
y	1	4	10	17	30

न्यूनतम वर्गों की विधि से, वह वक्र $y = a + bx$ ढूँढ़ें जो निम्नलिखित डेटा के लिए सबसे उपयुक्त हो:

x	0	1	2	3	4
y	1	4	10	17	30

Q7 (a) Establish the relation between moment about the mean and moment about arbitrary point. The first four moments of a distribution about the value 4 of the variate are -1.5, 17, -30 and 108. Calculate the first four moments (i) about mean (ii) about origin (iii) about $x = 2$ and also find β_1 and β_2 . (7)

माध्य के बारे में क्षण और मनमाने बिंदु के बारे में क्षण के बीच संबंध स्थापित करें। चर के मान 4 के बारे में वितरण के पहले चार क्षण हैं -1.5, 17, -30 और 108। पहले चार क्षणों की गणना करें (i) माध्य के बारे में (ii) मूल के बारे में (iii) $x = 2$ के बारे में और यह भी खोजें β_1 और β_2 ।

(b) A die is thrown 270 times and the results of these throws are given below: (8)

No. appeared on the die	1	2	3	4	5	6
Frequency	40	32	29	59	57	59

Test whether the die is biased or not.

(Tabulated value of CHI-SQUARE at 5% level of significance for 5 d.f. is 11.09).

एक पासे को 270 बार फेंका जाता है और इन फेंकों के परिणाम नीचे दिए गए हैं:

सं. पासे पर दिखाई दिया	1	2	3	4	5	6
आवृत्ति	40	32	29	59	57	59

परीक्षण करें कि पासा पक्षपाती है या नहीं।

(5 डी.एफ. के महत्व के स्तर 5% पर सीएचआई-स्कायर का सारणीबद्ध मूल्य 11.09 है)।