Sr. No.051202

August/September 2022

B.Tech (ME(Hindi Medium)/(ME/RAI)) - II SEMESTER

Mathematics-II (Calculus, Ordinary Differential Equations and Complex Variables)

(BSCH-106A/BSC-106A)

Time: 3 Hours

Max. Marks:75

Instructions:

1. *It is compulsory to answer all the questions (1.5 marks each) of Part -A in short.*
2. *Answer any four questions from Part -B in detail.*
3. *Different sub-parts of a question are to be attempted adjacent to each other.*
4. *The candidate is required to attempt the question paper in the language as per his/her medium of instruction.*

PART -A

Q1 (a) Evaluate (1.5)

$$\int_0^a \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} x^2\, y\, dx\, dy$$

मूल्यांकन करो।

$$\int_0^a \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} x^2\, y\, dx\, dy$$

(b) Find the area bounded between $r = 2\,sin\theta$ and $r = 4\,sin\theta$ (1.5)

$r = 2\,sin\theta$ और $r = 4\,sin\theta$ के बीच घिरा हुआ क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(c) Evaluate (1.5)

$$\int_0^1 \int_0^2 \int_1^2 x^2 y z\, dx\, dy\, dz$$

मूल्यांकन करो।

$$\int_0^1 \int_0^2 \int_1^2 x^2 y\, z\, dx\, dy\, dz$$

(d) Find the integrating factor of the differential equation (1.5)

$$(x^2 - 3xy)dx + (x^2 - xy)dy = 0$$

विभेदक समीकरण का एकीकृत गुणांक ज्ञात कीजिये ।

$$(x^2 - 3xy)dx + (x^2 - xy)dy = 0$$

(e) Solve the following differential equation (1.5)

$$p^2 - 7p + 12 = 0$$

निम्नलिखित विभेदक समीकरण को हल कीजिये

$$p^2 - 7p + 12 = 0$$

(f) Solve the following differential equation (1.5)

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = e^{2x}$$

दोहरे अभिन्न का उपयोग करके $y = 2 - x$ और $x^2 + y^2 = 4$ से घिरे क्षेत्रों में से छोटे को ज्ञात कीजिए।

Q3 (a) Solve the following differential equation: (8)

$$(x^2 y^2 + xy + 1)\, y\, dx + (x^2 y^2 - xy + 1)\, x\, dy = 0$$

निम्नलिखित विभेदक समीकरण को हल कीजिये

$$(x^2 y^2 + xy + 1)\, y\, dx + (x^2 y^2 - xy + 1)\, x\, dy = 0$$

(b) Solve the following differential equation: (7)

$$x^2 \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - 2\,xy\,\frac{dy}{dx} + 2\,y^2 - x^2 = 0$$

निम्नलिखित विभेदक समीकरण को हल कीजिये

$$x^2 \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - 2\,xy\,\frac{dy}{dx} + 2\,y^2 - x^2 = 0$$

Q4 (a) Solve the following differential equation: (8)

$$2\,\frac{d^2y}{dx^2} + 5\,\frac{dy}{dx} + 2y = 5 + 2x$$

निम्नलिखित विभेदक समीकरण को हल कीजिये

$$2\,\frac{d^2y}{dx^2} + 5\,\frac{dy}{dx} + 2y = 5 + 2x$$

(b) Apply the method of variation of parameters to solve the equation: (7)

$$(1-x)\,\frac{d^2y}{dx^2} + x\,\frac{dy}{dx} - y = (1-x)^2$$

समीकरण को हल करने के लिए मापदंडों की भिन्नता की विधि लागू करें:

$$(1-x)\,\frac{d^2y}{dx^2} + x\,\frac{dy}{dx} - y = (1-x)^2$$

Q5 (a) Using the Cauchy – Riemann equations, show that: (8)

(i). $f(z) = |\,z\,|^2$ is not analytic at any point.

(ii). $f(z) = \bar{z}$ is not analytic at any point.

कौची - रीमैन समीकरणों का उपयोग करके, दिखाएं कि:

(i). $f(z) = |\,z\,|^2$ किसी भी बिंदु पर विश्लेषणात्मक नहीं है।

(ii). $f(z) = \bar{z}$ किसी भी बिंदु पर विश्लेषणात्मक नहीं है।

(b) Evaluate the integral: (7)

$$\oint_C \frac{z^2+1}{z\,(2z-1)}\, dz \quad ; \quad c : |z| = 1$$

अभिन्न का मूल्यांकन करें:

$$\oint_C \frac{z^2+1}{z\,(2z-1)}\, dz \quad ; \quad c : |z| = 1$$

Q6 (a) Find all possible Taylor's and Laurent series expansions for the function (8)

$$f(z) = \frac{1}{(1-z)} \qquad about\ z = 0$$

फ़ंक्शन के लिए सभी संभव टेलर और लॉरेंट श्रृंखला विस्तार खोजें

$$f(z) = \frac{1}{(1-z)} \qquad about\ z = 0$$

(b) Show that the function (7)

(i). $cosec\, z$ has a simple pole at $z = 0$.

(ii). $\frac{1}{z^2-1}$ has simple pole at $z = 1\ \ and\ \ z = -1$.

दिखाएँ कि फ़ंक्शन

(i). $cosec\, z$ में $z = 0$ पर एक सरल ध्रुव है।

(ii). $\frac{1}{z^2-1}$ में $z = 1$ और $z = -1$ पर सरल ध्रुव है।

Q7 (a) Solve the following differential equation: (8)

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 8x\frac{dy}{dx} + 13y = \log x$$

निम्नलिखित विभेदक समीकरण को हल कीजिए:

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 8x\frac{dy}{dx} + 13y = \log x$$

(b) Compute the residues at all the singular points of the following functions: (7)

(i). $f(z) = z \sin\left(\frac{1}{z}\right)$

(ii). $f(z) = z \cos\left(\frac{1}{z}\right)$

निम्नलिखित फलन के सभी एकवचन बिंदुओं पर अवशेषों की गणना करें:

(i). $f(z) = z \sin\left(\frac{1}{z}\right)$

(ii). $f(z) = z \cos\left(\frac{1}{z}\right)$

****