

6. (a) हल कीजिये, यदि निम्न समीकरण संगत हैं

$$x + 2y + z = 2$$

$$2x - y - z = 2$$

$$4x - 7y - 5z = 2. \quad (10)$$

(b) k का मान ज्ञात कीजिये यदि आव्यूह $\begin{bmatrix} 6 & 3 & 5 & 9 \\ 5 & 2 & 3 & 6 \\ 3 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & k \end{bmatrix}$ का रैंक 3 है।

(5)

7. (a) मैट्रिक्स $\begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 1 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ के आइगेनवैल्यूज और आइगेनवैक्टर, ज्ञात कीजिये।

(8)

(b) वैक्टर $\vec{r} = xyzi + 3x^2yj + (xz^2 - y^2z)k$ का बिंदु $(2, -1, 1)$ पर विचलन और कर्ल ज्ञात कीजिये।

(7)

Roll No.

Total Pages : 4

004108

April-2022

बी.टेक. हिन्दी (यांत्रिक अणियांत्रिकी) सेमेस्टर-I
B.Tech. Hindi (Mech. Engineering) Ist Semester
कैलकुलस और रैखिक बीजगणित (बीएससीएच-103ए)
Calculus and Linear Algebra (BSCH-103A)

Time : Three Hours]

[Max. Marks : 75

Instructions :

1. संक्षेप में भाग-ए के सभी प्रश्नों (प्रत्येक 1.5 अंक) के उत्तर देना अनिवार्य है।
2. भाग बी से किसी भी चार प्रश्नों के विस्तार से उत्तर दें।
3. एक प्रश्न के विभिन्न उप-भागों को एक-दूसरे से सटे होने का प्रयास किया जाना चाहिए।

भाग-ए

1. (a) अनुक्रम $\left\{ \frac{3n}{n+7n^2} \right\}$ के अभिसरण का परीक्षण करें। (1.5)
- (b) कौची के इंटिग्रल टेस्ट का कथन लिखें। (1.5)
- (c) यदि $u = (x-y)(y-z)(z-x)$ तो $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z}$ ज्ञात कीजिये। (1.5)
- (d) बिंदु $(1, 2, 1)$ पर $\phi = \log(x^2 + y^2 + z^2)$ के लिए ग्रेडिएंट (ϕ) ज्ञात कीजिये। (1.5)

(c) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिये। (1.5)

(f) मैट्रिक्स $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ के आइगेनवैल्यूज ज्ञात कीजिये। (1.5)

(g) यदि इसका अस्तित्व है, तो $\int_0^1 x \sin x \, dx$ का मूल्यांकन करें। (1.5)

(h) $\int_0^1 x^7(1-x)^6 \, dx$ का मान ज्ञात कीजिये। (1.5)

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{x e^x - \log_e(1+x)}{x^2} \right]$ का मूल्यांकन करें। (1.5)

(j) $f(x) = 10x^6 - 24x^5 + 15x^4 - 40x^3 + 108$ फंक्शन का मैक्सिमा और मिनीमा ज्ञात कीजिये। (1.5)

भाग-बी

2. (a) (i) परवलय $y^2 = 4ax$ के इवोल्यूट का समीकरण ज्ञात कीजिये। (5)

(ii) सिद्ध करें कि $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{1+\sin x} \, dx = \pi[\sqrt{2}-1]$ । (5)

(b) x -अक्ष के बारे में, सीधी रेखा $x=2$ द्वारा काटे गए वक्र $y^2 = 4+x$ के भाग को घुमाकर उत्पन्न सतही क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये। (5)

3. (a) रोले के प्रमेय का उपयोग करके, साबित करें कि कोई वास्तविक a नहीं है जिसके लिए समीकरण $x^2 - 3x + a = 0$ के $[-1, 1]$ में दो अलग-अलग मूल हैं। (5)

(b) (i) बिंदु $x = \frac{\pi}{4}$ के बारे में $\cos x$ के टेलर की श्रृंखला का विस्तार ज्ञात कीजिये। (5)

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x^2 \tan x}$ ज्ञात कीजिये। (5)

4. (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(n+1)(n+2)}{n^2 \sqrt{n}} \right)$ के अभिसरण का परीक्षण करें। (7)

(b) श्रृंखला $\frac{x}{1.2} + \frac{x^2}{2.3} + \frac{x^3}{3.4} + \dots \dots \dots \infty, x > 0$ के अभिसरण या विचलन का परीक्षण करें। (8)

5. (a) यदि $u = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$ है, तो दिखाएँ कि $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$ । (5)

(b) $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x - 12y + 20$ फंक्शन का चरम मान ज्ञात कीजिये। (10)